

Newton Divided Difference Interpolation Polynomial (NDDIP) for equal spacing

* تستخدم هذه الطريقة عندما يكون الفرق بين القيم المتتالية لـ (x) مقدار ثابت (h) .

$$x_{i+1} - x_i = h \text{ (constant)}$$

* تسمى هذه الطريقة أيضاً بطريقة Newton-Gregory.

* هناك أساليب لهذه الطريقة اعتماداً على موقع (x) المطلوب إجراء الاستكمال عندها.

Newton forward difference:

* عندما تقع قيمة (x) المطلوبة في النصف الأول في جدول البيانات تكون متعددة الحدود $[P_n(x)]$ بالصيغة التالية:

$$P_n(x) = y_0 + k \frac{\Delta y_0}{1!} + k(k-1) \frac{\Delta^2 y_0}{2!} + k(k-1)(k-2) \frac{\Delta^3 y_0}{3!} + \dots$$

where: $k = \frac{x - x_0}{h}$, Δ : Forward operator (عامل الفروقات الأمامية)

* نعتبر أن لدينا $(n+1)$ نقطة.

* Difference table:

If we have (5) points for example $(n=4)$:

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$
x_0	y_0	Δy_0	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	$\Delta^4 y_0$
x_1	y_1	$y_1 - y_0$	$\Delta y_1 - \Delta y_0$	$\Delta^2 y_1 - \Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_1 - \Delta^3 y_0$
x_2	y_2	$y_2 - y_1$	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	
x_3	y_3	$y_3 - y_2$	$\Delta^2 y_2$	$\Delta^3 y_2$	
x_4	y_4	$y_4 - y_3$	$\Delta^2 y_3$	$\Delta^3 y_3$	

Example:- Use NDDIP to find (y) at $x = 8$ from the following data:-

x	0	5	10	15	20	25
y	7	11	14	18	24	32

Solution:-
 $x = 8$ is in the first half, therefore we use the forward difference:

$$P_5(x) = y_0 + k \Delta y_0 + k(k-1) \frac{\Delta^2 y_0}{2!} + k(k-1)(k-2) \frac{\Delta^3 y_0}{3!} + k(k-1)(k-2)(k-3) \frac{\Delta^4 y_0}{4!} + k(k-1)(k-2)(k-3)(k-4) \frac{\Delta^5 y_0}{5!}$$

$$h = x_{i+1} - x_i = 5, k = \frac{x - x_0}{h} \Rightarrow k = \frac{x}{5} \Rightarrow k = \frac{8}{5} = 1.6$$

Difference table:

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$
0	7	4	-1	2	-1	0
5	11	3	1	1	-1	
10	14	4	2	0		
15	18	6	2			
20	24	8				
25	32					

$$P_5(8) = 7 + (1.6)(4) - \frac{1}{2}(1.6)(1.6-1) + \frac{2}{6}(1.6)(0.6)(-0.4) - \frac{1}{24}(1.6)(0.6)(-0.4)(-1.4) + \frac{0}{120}(1.6)(0.6)(-0.4)(-1.4)(2.4)$$

$$P_5(8) = 12.769$$

∴ The interpolated point (x, y) is :

$$x = 8, y = 12.769$$

Exercises:-

① Use *NDDIP* to find y at $x = 2.3$ from the following data:-

x	2	4	6	8	10
y	2	1	3	8	20

② Find the value of (y) at $x = 0.5$ for the following data:-

x	0	1	2	3
y	0	1	8	135