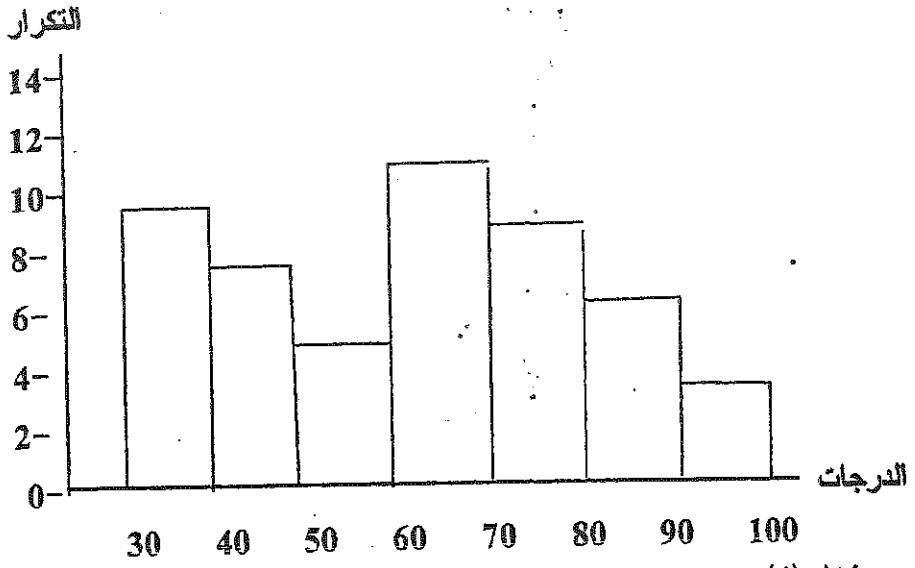
المدرج التكراري

باستخدام الحدود الحقيقة للفئات يمكن تمثيل البيانات السابقة في هيئة مدرج تكراري بين صفاتها الاساسية، حيث يدل المحور الراسي على تكرار الدرجات والمحور الافقي يدل على فئات الدرجات.



شكل (4) مدرج تكراري يبين توزيع الدرجات الدالة على كفاءة المعلمين

مقاييس النزعة المركزية

يتضح مما سبق ان الخطوة الاولى التي تلي جميع البيانات الاحصائية هي عرض وترتيب تلك البيانات في صورة جداول او رسوم بيانية، فالتوزيع التكراري يهدف الى تبويب البيانات الرقمية في صورة مناسبة موجزة تظهر معالمها الرئيسية، لكن الدراسة الاحصائية لا تكتفي بمثل هذا الايجاز وتحاول ان تمضي الى ما هو اعمق من مجرد البيانات بيانيا، وتحاول ايجاز اهم صفات تلك البيانات الرقمية في عدد واحد يدل عليها، هذا العدد قد يعبر عن نزعة تلك البيانات للتجمع، كما هو الحال في مقاييس النزعة المركزية المتوسط بانواعه (الحسابي، التوافقي، الهندسي، الوسيط، المنوال، وقد يعبر عن نزعتها الى التشتت وهو ما يعرف بمقاييس التشتت).

ومقاييس النزعة المركزية عبارة عن قيم رقمية ذات موقع مركزي تعبر عن او تصف مجموعة من البيانات وتظهر معالمها الاساسية، هذا بالاضافة الى انها تفيد

مقارنة التوزيع الذي تمثله بالتوزيعات الاخرى، خاصة ان تلك المقارنات ستكون على اساس قياسات كمية تمثل التوزيع الى حد ما المجتمع الاحصائي.

اولا: المتوسط الحسابي: من اهم مقاييس النزعة المركزية واكثرها استخداما في حياتنا اليومية وهو يدل على الدرجة التي تعبر عن مجموعة من الدرجات مثل درجات التحصيل الدراسي في مقرر ما لمجموعة من الطلاب ويمكن استخدام المتوسط لاغراض المقارنة بين مجموعتين من الافراد.

طرق حساب المتوسط الحسابي:

1. حساب المتوسط من الدرجات الخام.
2. حساب المتوسط من تكرارات الدرجات.
3. حساب المتوسط من فئات الدرجات.

1. حساب المتوسط من الدرجات الخام

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد الدرجات}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

حيث س̄= المتوسط، مج س= مجموع الدرجات ن= عدد الافراد (عدد الدرجات)

مثال: اوجد المتوسط الحسابي للدرجات الاتية:

25، 12، 16، 27، 5، 8، 13، 24.

الحل : نجمع الدرجات ونقسمها على عدد الافراد

25 + 12+16+27+5+8+13+24= 130

130 ÷ 8 = 16.25

2. حساب المتوسط من تكرارات الدرجات

عند زيادة عدد الدرجات بحيث نجد صعوبة في حساب المتوسط بالطريقة السابقة فاننا نلجا الى استخدام التكرارات تمهيدا لحساب المتوسط.

مثال: احسب المتوسط الحسابي للبيانات الآتية:

جدول (7) حساب المتوسط الحسابي باستخدام تكرارات الدرجات

الدرجة (س)	التكرارات (ن)	الدرجة × التكرار س × ت
3	1	2 = 1 × 2
3	4	12 = 4 × 3
4	2	8 = 2 × 4
5	11	55 = 11 × 5
6	19	114 = 19 × 6
7	13	91 = 13 × 7
8	3	24 = 3 × 8
9	2	18 = 2 × 9
المجموع	ن = 55	مجـ س × ت = 324

$$\text{س}\bar{} = \frac{\text{مجموع نواتج ضرب الدرجة} \times \text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

$$\text{س}\bar{} = \frac{324}{55} = 5.89$$

استخدامات المتوسط الحسابي

1. يستخدم المتوسط في المعايير، حيث يمكن الحكم على ذكاء الفرد في ضوء متوسط ذكاء اقرانه، ومدى انحرافه عنه بالزيادة والنقصان.
2. من اهم استخدامات المتوسط الحسابي المقارنة بين مجموعتين من الدرجات مثل درجات طلاب مدرستين في الاعدادية، ولكي تصبح هذه المقارنة يجب أن تكون المجموعتين متجانستين.

الخصائص الاحصائية للمتوسط الحسابي

1. مجموع الانحرافات عن المتوسط يساوي صفر.

مثال:

$$\text{متوسط الدرجات} = 8 + 6 + 5 + 1 = \frac{20}{4} = 5$$

جدول (8) الانحراف عن المتوسط

الدرجات	الانحراف عن المتوسط
8	3+
6	1+
5	صفر
1	4-

2. تتاثر قيمة المتوسط الحسابي بالدرجات المتطرفة اكثر من تاثرها بالقيمة القريبة منه، فاضافة (20) على القيم السابقة تجعل المتوسط مساوي لـ (8) بينما اضافة (6) تجعل قيمته مساوية لـ (5.2).
3. كلما زاد عدد الدرجات تميل قيمة المتوسط الى الاستقرار.
4. جمع وطرح المتوسطات لا يجوز الا في حالة تساوي عدد الافراد في المجموعتين.

5. ان قيمة المتوسط محددة لا تحتمل التاويل، ومحسوبة وفقا لمعادلة رياضية بمعنى إذا قام اكثر من شخص بحساب المتوسط مجموعة من الدرجات فانهم يحصلون على نفس النتيجة.
6. يعتمد حساب المتوسط على كل قيمة من القيم المحسوب منها، بحيث اذا تغيرت أي من هذه القيم تغيرت قيمة المتوسطات تبعا لذلك.
7. تصبح قيمة المتوسط الحسابي غير ممثلة للعينة إذا كان هناك التواء في التوزيع للبيانات، وفي هذه الحالة يمكن ان نلجا الى الوسيط.

ثانيا: الوسيط

يصلح الوسيط كمقياس للنزعة المركزية اكثر من المتوسط عندما تكون اطراف التوزيع متراكمة او مجتمعة غير مستوية، وهي ما تعرف بالتوزيعات الملتوية فقد تكثر الاصفار والدرجات الصغيرة التي تقع عند طرفي التوزيع او تكثر الدرجات الكبيرة التي تقع عند اطراف التوزيع.

والوسيط هو النقطة الوسطى في ترتيب مجموعة الدرجات، فهو النقطة التي تقع تماما في منتصف توزيع الدرجات بحيث يكون عدد الدرجات التي تتبعها مساوية تماما لعدد الدرجات التي تتلوها.

ونظرا لان عدد الدرجات – وليس قيمتها– قد يكون زوجيا او فرديا فان طريقة حساب الوسيط تختلف من حالة لاخرى.

1. حساب الوسيط عندما يكون عدد الدرجات زوجي:

الدرجات: 2، 8، 5، 12، 9، 7، 4، 15.

الخطوة الاولى: رتب الدرجات تصاعديا او تنازليا.

2، 4، 5، 7، 8، 9، 12، 15.

الخطوة الثانية: احسب قيمة الوسيط

$$\text{الوسيط} = \frac{8+7}{2} = 7.5$$

2. حساب الوسيط عندما يكون عدد الدرجات فردي.

الدرجات: 8،2، 4، 5، 12، 19، 15.

الخطوة الاولى: رتب الدرجات تصاعديا او تنازليا.

2، 4، 5، 8، 12، 15، 19.

الخطوة الثانية: حدد الدرجة الوسطى وهي (8) والتي تمثل قيمة الوسيط.

استخدامات الوسيط

يستخدم الوسيط في نفس مجالات استخدام المتوسط الحسابي ولكن عندما يكون توزيع الدرجات ملتوي سواء في اتجاه القيم الكبرى او القيم الصغرى.

خصائص الوسيط

1. سهولة معناه رغم عدم شيوعه.
2. قيمة الوسيط محددة حيث سبقه 50% من قيم درجات الافراد، ويتلوه 50% من قيم درجات الأفراد، ولذلك فهو متوسطا مكانيا وليس متوسطا حسابيا.
3. قيمة الوسيط لا تتاثر بالقيم المتطرفة مثل المتوسط، ولكنه يتاثر بالقيم القريبة منه ويتاثر بعدد الافراد.

فمثلا الدرجات: 2، 4، 5، 8، 9، 13، 15.

متوسطها = 8 ووسيطها = 8

بينما نفس الدرجات عندما نستبدل الدرجة 15 بـــ 50 نجد ان متوسطها اصبح (13) ووسيطها ظل كما هو (8).

ثالثا: المنوال

المنوال هو الدرجة الاكثر تكرارا في توزيع الدرجات أي انه يعبر عن قيمة الدرجة الاكثر شيوعا في التوزيع، ويمكن حسب المنوال مباشرة من التوزيع التكراري للدرجات على سبيل المثال

الدرجة	التكرار
9	4
11	7
12	18
13	10
16	6
18	3

يلاحظ أن الدرجة الاكثر تكرارا هي الدرجة (12) حيث بلغ تكرارهـــا (18) وعليه يكون منوال الدرجات السابقة هو (12).

استخدامات المنوال

يستخدم المنوال للكشف عن الدرجة الاكثر انتشارا او شيوعا في ظاهرة مـــا فمثلا نسبة الذكاء المنوالية لذوي الاعاقة العقلية هي (75) او قريبا منها، وبالنســـبة للمعلم نجد ان عدد الحصص المنوالي اسبوعيا هو (18) حصة.

خصائص المنوال

1. سهل الفهم، ويهتم بدلالاته كل الناس بالرغم من انه كمصطلح غير معـــروف لهم.
2. هو متوسط مكاني، مثل الوسيط بالضبط.
3. لا تتاثر قيمته بالقيم المتطرفة زيادة او نقصان، ولا يتاثر ايضـــا بالـــدرجات الوسطى.
4. اذا كان توزيع الدرجات ملتوي فان المنوال يكون اكثر مناسبة واكثر تمثـــيلا للبيانات.
5. يمكن تقدير مباشرة من جدول التوزيع التكراري.
6. يمكن ان يكون لتوزيع الدرجات اكثر من منوال، على سبيل مثال