العبارات المنطقية Logical statements

تعريف نفي العبارة:- اذا كانت P عباره فان(ليس P) يمثل نفي العبارة P (Negation of p) ويرمز له بالرمز $\sim P$ فاذا كانت P عباره صادقه فان $\sim P$ تكون عباره كاذبه وبالعكس وجدول صدق العبارة هو:

p	$\sim p$
T	F
F	T

امثله :

1- نفي العبارة $x = 2$ هو $x \neq 2$

2- نفي العبارة $x > y$ هو $x \leq y$

3- نفي العبارة $a \in A$ هو $a \notin A$

تعريف العباره المركبة (compound statement): هي عبارة ناتجة من مجموعة عبارات باستخدام الروابط (و) , (او) , (اذا كان ... فان) , (اذا وفقط اذا كان) , وان نتيجة صدق العبارة المركبة تعتمد فقط على قيم صدق مكوناتها

انواع الروابط الموجودة ومن اهم الروابط هي:-

1- الوصل (conjunction) عبارة و ($\wedge$): لتكن كل من p, q عبارة فان العبارة المركبة (p و q) والتي يرمز لها بالرمز $p \wedge q$ هي عبارة مركبة تسمى الوصل وجدول صدق العبارة هو:

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

اي ان العبارة المركبة $p \wedge q$ تكون صادقه في حالة واحدة فقط عندما يكون كل من q و p عبارة صادقه .

مثال:-

* الخوارزمي عالم عربي و ارخميدس عالم اغريقي. صائبة
* العبارة $(3 > 5)$ و $(6 > 5)$ خاطئة

Example : Wright the truth table of these statements

1- $p \wedge \sim q$

2- $\sim p \wedge \sim q$

Solution 1-

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

Solution2-

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

2- الانفصال (Disjunction) :- لتكن كل من لتكن كل من p, q عبارة فان العباراة $(p$ او $q)$ هي عبارة مركبه والتي يرمز لها بالرمز $p \vee q$ و تسمى بالانفصال وتكون هذه العبارة صادقه في جميع الحالات ما عدا الحاله التي يكون فيها كل من p و q عبارة كاذبه وجدول صدق العبارة $p \vee q$ هو:-

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

امثلة:- 1- البصرة عاصمة العراق او بغداد عاصمة العراق (صائبة)

2- البصرة في شمال العراق او الموصل في جنوب العراق (خاطئه)

Example : Wright the truth table of these statements

1- $\sim p \vee q$

2- $\sim p \vee (p \wedge \sim q)$

Solution 1-

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	F	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

Solution 2-

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \vee (p \wedge \sim q)$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	F	T

3- العبارة الاشتراطية (condition statement):- لتكن كل من p و q عبارة فان العباره (q فان p اذا كان) هي عباره مركبه ويرمز لها بالرمز $p \rightarrow q$ وتسمى بالعبارة الاشتراطية وتكون صادقه في كل الحالات ماعدا الحالة التي فيها p صادقه و q كاذبه

وتسمى p المقدمة (الفرضيه) وتسمى q (النتيجه) وجدول صدق العبارة $p \rightarrow q$ هو :-

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Example : Wright the truth table of these statements

Solution 1 - $(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)$
T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T	T

2 – $(p \rightarrow \sim q) \wedge (\sim p \rightarrow q)$ **(تمرين)**

4- العبارة الثنائية الاشتراط (Bi-conditional statement) لتكن كل من p و q عبارة فان العبارة (p اذا وفقط اذا كان q) هي عباره مركبه ويرمز لها بالرمز $p \leftrightarrow q$ وتسمى عبارة ثنائية الاشتراط وتكون صادقه في حالة تساوي قيم صدق العبارتين فيها p و q وجدول صدق العبارة $p \leftrightarrow q$ هو :-

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Example : Wright the truth table of these statements

1- $(p \leftrightarrow q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$

2- $\sim p \vee (\sim q \rightarrow p)$ **(تمرين)**

3- $(p \wedge q) \vee r$

Solution 1

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$(p \leftrightarrow q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T

Solution 3

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee r$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	F	T
F	T	F	F	F
F	F	T	F	T
F	F	F	F	F

Exercise 1: Wright the truth table of these statements

1- $p \vee (\sim q) \leftrightarrow \sim p \wedge q$

2- $[(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow r)] \longrightarrow (p \wedge \sim r)$

3- $[p \longrightarrow q] \leftrightarrow (\sim q \longrightarrow p \wedge q)$

4- $p \vee q \longrightarrow p \vee r$

Exercise 2: Write the probabilities for the compound statement consisting of four statements p, q, r, and s, then write the following statement truth table .

اكتب الاحتمالات للعبارة المركبة المتكونة من اربع عبارات هي p و q و r و s ثم اكتب جدول صدق العبارة الاتية

$(\mathbf{p} \wedge \mathbf{r}) \longrightarrow \sim \mathbf{s} \vee \mathbf{q}$

التتولـوجـي (تحصيـل حـاصـل) *Tautology*

اذا كانت العبارة المركبة **صادقة** بغض النظر عن قيمة صدق مكوناتها فتسمى تتولوجياً (تحصيل حاصل)

مثال: العبارة $(p \vee \sim p)$ هي تحصيل حاصل كما في الجدول:

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
T	F	T
F	T	T

التنـاقـض Contradiction

اذا كانت هناك عبارة مركبة **كاذبة** (بغض النظر عن قيم الصدق لمكوناتها) فتسمى تناقـضاً

مثال: العبارة $p \wedge \sim p$ هي تناقض (قانون التناقض) وكما في جدول الصدق التالي:

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
T	F	F
F	T	F

* لاحظ ان العمود الأخير يحتوي F فقط.

Example : show any of these statements are (tautology) or (contradiction) ? بين اي من العبارات الاتية (تتولوجي) او (تناقض)؟

1- $p \longrightarrow p \vee q$

2- $p \vee (\sim p)$ (تمرين)

3- $p \wedge \sim p$ (تمرين)

4- $p \wedge (\sim q) \longrightarrow p \vee q$ (تمرين)

5- $p \vee q \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$ (تمرين)

الحل/ **-1**

p	q	$p \vee q$	$p \longrightarrow p \vee q$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	T

بما ان العبارة $p \longrightarrow p \vee q$ هي عبارة صادقة اذن العبارة تحصيل حاصل (تتولوجي).

-2

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \leftrightarrow (q \to p)$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	**F**
F	T	T	F	**F**
F	F	T	T	T

∵ $(p \to q) \leftrightarrow (q \to p)$ ليست تتولوجي اذن $P \not\equiv Q$.

تعريف التكافؤ المنطقي (Logical equivalence):- لتكن كل من P و Q عبارة يقال ان العبارة P تكافئ منطقيا العبارة Q وتكتب بالشكل $P \equiv Q$ اذا كان جدول صدق العبارة P يساوي جدول صدق العبارة Q واذا كانت P لا تكافئ منطقيا Q فتكتب بالشكل $P \not\equiv Q$.

Example : Show any of these statements are logically equivalent: بين اي من العبارات الاتية متكافئة منطقيا :

1- $P: p \to q$
$Q: \sim p \vee q$

2- $P: p \to q$
$Q: q \to p$

الحل /

1-

		P		Q
p	q	$p \to q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

∵ جدول صدق العبارة P يساوي جدول صدق العبارة Q اذن $P \equiv Q$

2-

		P	Q
p	q	$p \to q$	$q \to p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	T

∵ جدول صدق العبارة P لا يساوي جدول صدق العبارة Q اذن $P \not\equiv Q$

ملاحظة :- لتكن كل من P, Q عبارة فان $P \equiv Q$ اذا وفقط اذا كان $P \leftrightarrow Q$ تتولوجي.

Exercise: Show any of these statements are logically equivalent or not ? بين اي من العبارات التالية متكافئة منطقيا ام لا ؟
(باستخدام الملاحظة السابقة)

1- $P: p \to q$
$Q: \sim p \vee q$
2- $P: p \to q$
$Q: q \to p$