Algebraic properties :-

خواص جبرية

$z_1+z_2=z_2+z_1$ الجمع ابدالي

$(z_1+z_2)+z_3=z_1+(z_2+z_3)$

التجميع يتحقق

$(z_1+z_2)z_3=z_1\cdot z_3+z_2\cdot z_3$

التوزيع

$z+0=0+z=z$ محايد الجمع

$z\cdot 1=1\cdot z=z$ محايد الضرب

$(-z)$, $z+(-z)=-z+z=0$

معكوس الجمع

$\left(\frac{1}{z}\right)$, $z\cdot z^{-1}=z^{-1}\cdot z=1$

معكوس

the set $(\mathbb{C},+,\cdot)$

تحقق الحقل

s a field

يمثل حقل

تحققت كل هذه الشروط تكون حقل

الموضوع :
التاريخ / /

Chapter 1 Complex number

الأعداد المركبة

العدد المركب :- هو زوج مرتب من الأعداد الحقيقية
ويرمز للعدد المركب بالرمز z

حيث ان

$z = (x, y)$

$z = x + iy$

ما هو سبب توسيع الأعداد الحقيقية ؟

Example 1 $x^2 - 1 = 0 \xrightarrow{\text{حلها يكون}}$

$x^2 = 1 \longrightarrow x = \mp 1 \in R$

وجدنا قيمة x

Example 2 $x^2 + 1 = 0 \xrightarrow{\text{حلها يكون}}$

$x^2 = -1 \longrightarrow$ هل يوجد عدد حقيقي

مربعه سالب

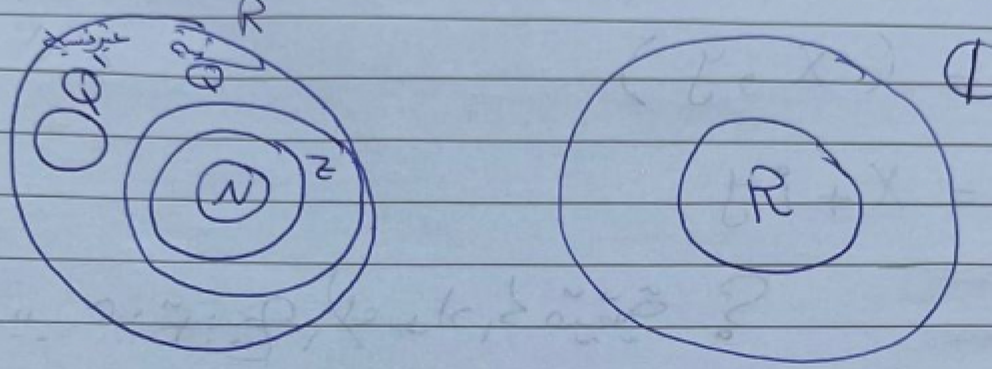
$\sqrt{-1} \notin R$ كلا لا يوجد

الموضوع :   التاريخ   /   /

ان من الضروري توسيع مجموعة الاعداد الحقيقية و وصلنا
كلى مجموعة الاعداد المركبة

ز لمجموعة الاعداد المركبة بالرمز $\mathbb{C}$

موعة الاعداد الحقيقية تكون $R \subset \mathbb{C}$
ثل الاعداد العقدية



$\therefore \sqrt{-1} = i$, $i^2 = -1$

$i^3 = i^2 \cdot i$

$= -1 i$

$= -i$

فمثلا $\sqrt{-3} = \sqrt{3}\, i$

$\sqrt{-5} = \sqrt{5}\, i$

الموضوع :

التاريخ / /

$Z = X + iy$, $Z = (X, y)$

جزء حقيقي جزء تخيلي

طريقة الكتابة بالزوج المرتب

$Real\ Z = Re(Z) = X$ جزء حقيقي

$imaginary\ Z = Im(Z) = y$ جزء تخيلي

EX $Z = (-2, 3)$ find $Re Z$ and Im

Sol $Z = -2 + 3i$

$Re(Z) = -2$, $Im(Z) = 3$

ملاحظة : اذا كان $X = 0$ فان

$Z = iy$ فقط الجزء التخيلي

اذا كان $y = 0$ فان

$Z = X$ فقط الجزء الحقيقي

ي عدد نستطيع كتابته بالشكل العقدي

ومثلا 0

عدد حقيقي

$0 = \underbrace{0}_{\text{حقيقي}} + \underbrace{0i}_{\text{تخيلي}}$

$1 = 1 + 0i \longrightarrow (1,0)$

$= 2 + 0i \longrightarrow (2,0)$

اكتبه بالصيغة العقدية

$= \sqrt{-1} \longrightarrow z = 0 + i = (0,1)$

$z = x + iy \quad , \quad x + iy = 0 \text{ iff } x = 0 \text{ an}$

$x_1 + iy_1 = x_2 + iy_2 \text{ iff } x_1 = x_2 \text{ and } y_1$

* * * * *

perations on Complex number

يات جبرية على الأعداد العقدية

$z_1 , z_2 \in \mathbb{C}$

$z_1 = x_1 + iy_1 \quad , \quad z_2 = x_2 + iy_2$

$z_1 = z_2 \Longleftrightarrow x_1 = x_2 \text{ and } y_1 =$

$+ z_2 = (x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2)$

$= (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$

التاريخ / /

اذا كانت z_1, z_2 عبارة عن زوج مرتب

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2 , y_1 + y_2)$$

(3) $z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2)$

في حالة زوج مرتب $= (x_1 - x_2 , y_1 - y_2)$

(4) $z_1 \cdot z_2 = (x_1 + y_1 i) \cdot (x_2 + i y_2)$

$$= (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + y_1 x_2)$$

في حالة الزوج المرتب

$$= (x_1 x_2 - y_1 y_2 , x_1 y_2 + y_1 x_2)$$

(5) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + i y_1}{x_2 + i y_2} \cdot \frac{x_2 - i y_2}{x_2 - i y_2}$

نضرب بمرافق المقام للتخلص من (i) لانه عدد وهمي نحوله الى حقيقة

$$= \frac{x_1 x_2 - i x_1 y_2 + i y_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}$$

$$= \frac{(x_1 x_2 + y_1 y_2)}{x_2^2 + y_2^2} + i \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}$$

$$\boxed{z \cdot \bar{z} = x^2 + y^2}$$

ملاحظة

التاريخ / /   الموضوع :

Complex Conjugate

مرافق العدد العقدي

$z = x + iy$ the conjugate of z denoted b[y]

مرافقه

$\bar{z} = x - iy$

ex $z = -3i + 9 + 2i$ find $\bar{z}$?

$z = 9 - i$

$\bar{z} = 9 + i$

[e]x $z = 4 + 2i$ find $\bar{z}$?

$\bar{z} = 4 - 2i$

[No]te : $z \neq 0$, then $\frac{1}{z} = \frac{1}{x+iy} \cdot \frac{x-[iy]}{x-[iy]}$

$\frac{x - iy}{x^2 + y^2} \Rightarrow \frac{x}{x^2+y^2} - i\frac{y}{x^2+[y^2]}$

يوجد تمرين في الملزمة مع حلهم موجود بيتم توضيحة

$Z_1 = 1+5i \quad \& \quad Z_2 = -3-2i$

① $Z_1 + Z_2 \Rightarrow -2+3i$

② $Z_1 - Z_2 \Rightarrow 4+7i$

③ $Z_1 \cdot Z_2 \Rightarrow (1(-3)+10) + i(-2+15$

$\Rightarrow (7) + 13i$

$\dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{1+5i}{-3-2i} \cdot \dfrac{-3+2i}{-3+2i}$

$= \dfrac{-3+2i+15i-10}{9+4}$

$= \dfrac{-13}{13} + i\dfrac{-13}{13}$

$= -1 - i$

$\dfrac{1}{Z_1} = \dfrac{1}{1+5i} \cdot \dfrac{1-5i}{1-5i} \Rightarrow \dfrac{1-5i}{1+25}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{26} - i\dfrac{5}{26}$

properties of Complex Conjugate

$z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ then   وإلى المرافق

1) If $z = 0 \longrightarrow \bar{z} = 0$

2) $\bar{\bar{z}} = z$

$\overline{(x - iy)} = x + iy = z$

$\bar{z} = z$ iff $\operatorname{Im} z = 0$

$z = x + iy \xrightarrow{\operatorname{Im} z = 0}$ $z = x$, $\bar{z} = x$ $> z =$

$\bar{z} \cdot z = x^2 + y^2$

$(x - iy)(x + iy) \Longrightarrow (x^2 + \cancel{ixy} - \cancel{ixy}$

$\Longrightarrow (x^2 + y^2)$

$\bar{z} + z = 2 \operatorname{Re} z = 2x$

$(x - iy) + (x + iy)$

$2x \cancel{- iy} \cancel{+ iy} = \boxed{2x} = 2$

التاريخ / /

$\bar{z} - z = 2\,\mathrm{Im}\, z = 2iy$

$-iy - \cancel{x} - iy = 2iy = 2\,\mathrm{Im}\, z$

$\overline{(z_1 \mp z_2)} = \bar{z}_1 \mp \bar{z}_2$

يتوزع المرافق على الجمع والفرق

$\overline{(z_1 \cdot z_2)} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$

المرافق يتوزع على عملية الضرب

$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

يتوزع المرافق على القسمة

$(\mathbb{C}, +, \cdot)$ Field تمثل حقلاً

شروطها هي ① الجمع ابدالي

$z_1 + z_2 = z_2 + z_1$

② التوزيع يتحقق

$(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3)$

③ محايد الضرب هو الواحد

محايد الجمع هو الصفر

المعكوس

$(-z) \leftarrow \frac{1}{z}$