

- الطريقة التحليلية - Analytical method

التي تعتمد على نظرية القيمة المتوسطة (mean value theorem)

نص النظرية:-

إذا كانت f دالة حقيقية مستمرة في الفترة $[a, b]$ وكانت قيم كل $f(a)$, $f(b)$ مختلفتين في الإشارة فانه يوجد على الأقل جذر حقيقي واحد في الفترة $[a, b]$.

$$[a, b], f(x)$$

$$f(a) = + \quad \text{or} \quad f(a) = - \\ f(b) = - \quad \text{or} \quad f(b) = +$$

* احية ذكرنا بالخاصة عند طريقة Bisection ، False Position

سؤالنا دالة متصلة عدد؟

Polynomial function

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

بالإضافة ذكرنا المعادلات التي نشتغل عليها هي ذات متغير واحد

- طريقة التحليل
- دالة متصلة، كعدد
- دالة التي تحتوي $[ln, cos, e^x, log, \dots]$

لتحديد عدد الجذور الموجبة والسالبة في دالة متصلة، كعدد نتبع الخطوات التالية:-

1- عدد الجذور الاللية لمتصلة كعدد = قيمة أكبر قوى للمتغير

2- عدد الجذور الموجبة = عدد التغير الحاصل في إشارة عدد $f(x)$

3- عدد الجذور السالبة = عدد التغير الحاصل في إشارات عدد $f(x)$

$$f(x) = x^2 + x - 7$$

1- الخطوة الأولى: عدد الجذور، لكلية تساوي قيمة أعلى أس في المعادلة

$$\uparrow = 2$$

يعني المفروض هنا نجح الجذور، الجذور السالبة والوجبة = 2

← عدد الجذور الموجبة = هو التغير كإصل في إشارة حدود $f(x)$

$$f(+x) = \overset{\text{الإشارة فقط تترك على المتغير } x}{+}x^2 + \overset{\text{لا يوجد تغير}}{+}x - 7$$

يوجد تغير ①

∴ عدد الجذور الموجبة = 1

2- عدد السالبة = التغير كإصل في إشارة حدود $f(x)$

$$f(-x) = (-x)^2 + (-x) \overset{\text{لا يدخل لأن لا يوجد متغير } x}{-}7$$

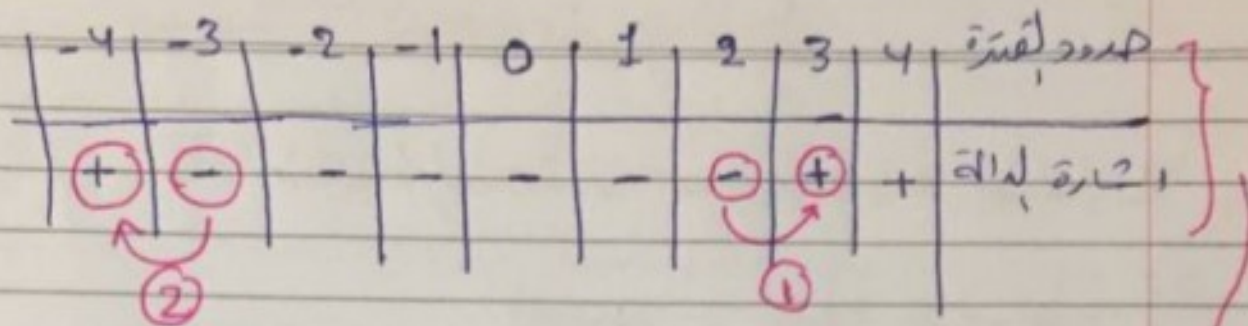
$$= \overset{\text{لا يوجد تغير}}{+}x^2 \overset{\text{لا يوجد تغير}}{-}x - 7$$

يوجد تغير ①

∴ عدد الجذور السالبة = 1

$$\checkmark \text{ ②} = 1 + 1$$

* بما أنو لدي جذور سالبة ووجبة فيوجد هنا أصل وهو الصفر



تطبيق نظرية القيمة المتوسطة

$$f(x) = x^2 + x - 7$$

$$f(0) = (0)^2 + 0 - 7 = -7$$

$$f(1) = (1)^2 + 1 - 7 = -5$$

$$f(2) = (2)^2 + 2 - 7 = -1$$

$$f(3) = (3)^2 + 3 - 7 = +5$$

$$f(4) = (4)^2 + 4 - 7 = +13$$

$$f(-1) = (-1)^2 + (-1) - 7 = -7$$

$$f(-2) = (-2)^2 - 2 - 7 = -5$$

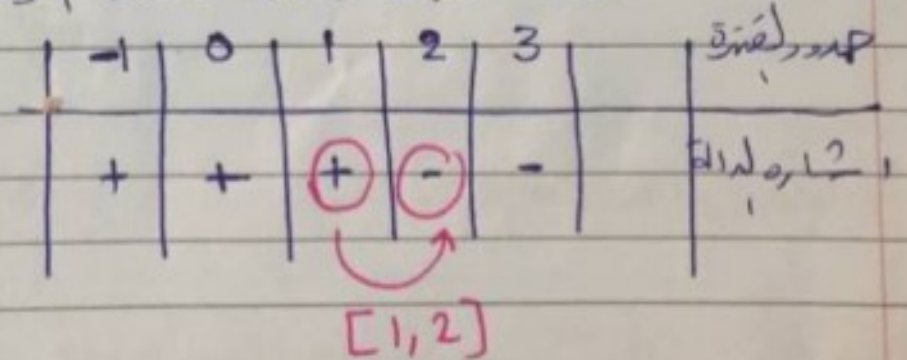
$$f(-3) = (-3)^2 + (-3) - 7 = -1$$

$$f(-4) = (-4)^2 - 4 - 7 = +5$$

∴ موقع الجذر موجب $[2, 3]$ وموقع الجذر السالب $[-4, -3]$

Ex 2 :- $f(x) = x^2 - e^x + 2$

هذه الدالة ليست متزايدة حدودا كما تحتوي على دالة أسية e^x فنحن نطبق مباشرة نظرية القيمة المتوسطة.



$$f(0) = +1$$

$$f(1) = +0.282$$

$$f(2) = -1.389$$

$$f(3) = -9.085$$

$$f(-1) = +2.63$$

$$f(-2) = +5.865$$

∴ حسب نظرية القيمة المتوسطة يجب ان تحتوي على جذر واحد على الاقل.