ملاحظات عن المتسلسلات

- كل متسلسلة متقاربة لها مجموع والمتباعدة ليس لها مجموع.
- أيّ متسلسلة تعطى في السؤال في طريقة حل هذا السؤال يجب أن نفتح المتسلسلة من قيمة n التي تبدأ بها مثال $\sum_{n=1}^{\infty} 4^n$ هنا نفتح المتسلسلة وذلك بالتعويض بدل n بقيمتها ابتداءً من ١ فما فوق.
- بعد فتح المتسلسلة أول طريقة نفكر بها في الحل هي المتسلسلة الهندسية والتي تعتبر من أسهل المتسلسلات ويتم التعرف عليها من أساسها (r) اذا كان ناتج قسمة الحدود متساوي إذاً تكون هندسية ونأخذ في نهاية الحل قيمة مطلقة للأساس r. وإذا كان r أقل من واحد تكون متقاربة وبما أنها متقاربة لها مجموع ومجموعها يستخرج بالقانون التالي $S_n = \frac{a}{1-r}$

حيث a تمثل أول حد في المتسلسلة و(r) تمثل الأساس. وإذا كانت r أكبر أو تساوي واحد تكون متباعدة كما في المثال التالي

Find $\sum_{n=1}^{\infty} 4^n$?

خطوات الحل:-

(١) نفتح المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} 4^n = 4 + 4^2 + 4^3 + \cdots$

(٢) نستخرج r وذلك كما يلي

$$r = \frac{4^2}{4} = \frac{4^3}{4^2} \longrightarrow r = 4 = 4$$

بعد استخراج قيمة r ونتجت أنها متساوية تبين أنها هندسية.

(٣) نأخذ مطلق لقيمة r $|r| = |4| = 4$

$4 > 1$ تكون المتسلسلة متباعدة وليس لها مجموع.

❖ أي سؤال يكون فيه المقام يحتوي على n فقط ليس مجموع أو مطروح معها عدداً أو متغير آخر هو يحل بطريقة P-series والتي نتعرف عليها دون فتك المتسلسلة وذلك بالنظر إلى القوى المرفوع لها n في المقام فإذا كانت القوى المرفوعة لها n في المقام أكبر من واحد تكون متقاربة وإذا كانت أقل او تساوي واحد تكون متباعدة عكس الهندسية مثال ذلك

Find $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2}$?

خطوات الحل:-

(١) ننزل المتسلسلة كما هي وإذا كان هناك اختصار نختصر (أيّ نبسط المتسلسلة إلى أبعد حد ممكن)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n}$$

(٢) بعد التبسيط ننظر إلى الاس لـ (n) من الواضح أن الأس هو واحد

(٣)

By P_series or Harmmonic series ⟶ P=1 so the series is diverge

❖ النوع الثالث Harmome series هذا النوع من المتسلسلات يجب أن تكون n وحدها في المقام والأس المرفوع لها يجب أن يكون واحد واذا كان أكبر من واحد ليست Harmmonic وتحل بالطرقة السابقة وإذا ساوت ١ الحل يكون

By Hormmonic series

So, the Hormmonic diverge

❖ هذه المتسلسلة تكون دائماً متباعدة ومن المستحيل أن تكون متقاربة مثال ذلك

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2}$ or $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

- ❖ اختبار الجذر النوني Rat test يمكن حل هذا النوع من الاختبارات أو التعرف عليه كما يأتي، يكون السؤال في الشكل التالي $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ or $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
- ❖ بشرط أن يكون المقام يحتوي على n فقط وأن يكون البسط يحتوي على n أو يحتوي على العدد واحد لأن العدد واحد يأتي من n^0 وشرط ان يكون n في المقام مرفوع إلى أس n في أغلب الأسئلة
- ❖ يرمز له بالرمز p

_ إذا كانت p أقل من واحد تكون متقاربة.

_ إذا كانت p أكبر من واحد تكون متباعدة.

_ إذا كانت ∞ متباعدة.

_ إذا ساوت واحد يفشل الاختبار مثال ذلك

Find $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$?

- ❖ اذا كان في المقام عدد مرفوع إلى n

❖ كيف تعرف أن السؤال يحل بطريقة التكامل؟

في أغلب الأحيان يعطى في السؤال باستخدام التكامل والذي يحتوي على ٣ شروط وهي كالتالي

– نعوض عن كل n في المتسلسلة بـ x $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+n} = \sum_{x=1}^{\infty} \frac{x}{x^2+x}$

– نشتق الدالة التي فيها x وإذا كانت أقل من صفر أي سالبة تكون متناقصة

– نكامل الدالة f(x) وقبل التكامل نشتق $lim_{l\to\infty}$ فيكون القانون بالشكل التالي

$$lim_{l\to\infty} \int_a^l f(x)dx$$

حيث a تمثل القيمة التي تبدأ بها المتسلسلة n

❖ اذا كانت النواتج النهائية أعداد (ثوابت) تنتمي إلى R يكون التكامل متقارب، وإذا كان ∞ يكون متباعد.

❖ اذا ذكر في السؤال باستخدام التكامل فالشروط الاثنان الأولان متحققان فقط الشرط الثالث نتحقق منه وإذا لم يذكر في السؤال باستخدام التكامل في السؤال يجب أن نحقق الشروط الثلاثة اعلاه جميعها.

❖ ولمعرفة السؤال يحل بالتكامل او لا ننظر للسؤال غالباً ما يكون بالامكان سحب عامل مشترك من المقام فيحل بتجزئة الكسور، أو تكون الدالة الكسرية فيها حد متشابه في البسط والمقام قد يكون ذلك الحد هو أس كما في المثال التالي

Find $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^{n^2}}$?

خطوات الحل:-

- لو ننظر للسؤال البسط هو n يشبه الأس في المقام n^2 إذاً السؤال بالتكامل.
- لم يذكر في السؤال بأستخدام التكامل نحقق الشروط التالية

_نستبدل كل n بـ x $f(x) = \frac{x}{e^{x^2}}$

_نشتق f(x) يجب أن تكون متناقصةً أقل من صفر

$$f(x) = xe^{-x^2}$$

$f(x) = -2xe^{-x^2} + e^{-x^2}$ so, is decreasing

$$\lim_{l\to\infty}\int_a^l f(x)dx = \lim_{l\to\infty}\int_a^l xe^{-x^2}dx$$

$$\lim_{l\to\infty} -\frac{1}{2}\int_a^l -2xe^{-x^2}dx = -\frac{1}{2}\lim_{l\to\infty}\int_a^l e^{-x^2}dx$$

$$= -\frac{1}{2}\lim_{l\to\infty} e^{-x^2}\Big|_1^l$$

$= -\frac{1}{2}\lim_{l\to\infty}\left(e^{-l^2}-e^{-1}\right)$ من خواص lim الثابت خارج lim

$$= -\frac{1}{2}\lim_{l\to\infty}\left(e^{-\infty^2}-e^{-1}\right) = -\frac{1}{2}(0-e^{-1}) = -\frac{1}{2}(-e^{-1})$$

$e \in R$ وقيمتها٢.٧

$$= +\frac{1}{2e} = \frac{1}{2(2.7)} \in R$$

S0, the series converge

- ❖ اختبار النسبة Ratio أي سؤال يحتوي على فاكتوريال يحل باختبار النسبة وذلك بالخطوات التالية:-
- ❖ نأخذ الدالة الاصلية ونضيف إلى كل n في الدالة واحد.
- ❖ نقسم الدالة التي اضفنا لها واحد على الدالة الاصلية.

- ❖ يرمز له بالرمز p

_ إذا كانت p أقل من واحد تكون متقاربة.

_ إذا كانت p أكبر من واحد او مالانهاية تكون متباعدة.

_ اذا كانت قيمة p تساوي واحد يفشل الاختبار.

- ❖ كل $n!$عند اضافة واحد لها تكتب كما يلي $(n+1)!$ وكل $(n+1)!$ تكتب كما يلي $(n+1)n!$ كما في المثال التالي:-