$$\lim_{l\to\infty}\int_a^l f(x)dx = \lim_{l\to\infty}\int_a^l xe^{-x^2}dx$$

$$\lim_{l\to\infty} -\frac{1}{2}\int_a^l -2xe^{-x^2}dx = -\frac{1}{2}\lim_{l\to\infty}\int_a^l e^{-x^2}dx$$

$$= -\frac{1}{2}\lim_{l\to\infty} e^{-x^2}\Big|_1^l$$

$= -\frac{1}{2}\lim_{l\to\infty}\left(e^{-l^2} - e^{-1}\right)$ من خواص lim الثابت خارج lim

$$= -\frac{1}{2}\lim_{l\to\infty}\left(e^{-\infty^2} - e^{-1}\right) = -\frac{1}{2}(0 - e^{-1}) = -\frac{1}{2}(-e^{-1})$$

$e \in R$ وقيمتها٢.٧

$$= +\frac{1}{2e} = \frac{1}{2(2.7)} \in R$$

S0, the series converge

- ❖ اختبار النسبة Ratio أي سؤال يحتوي على فاكتوريال يحل باختبار النسبة وذلك بالخطوات التالية:-
- ❖ نأخذ الدالة الاصلية ونضيف إلى كل n في الدالة واحد.
- ❖ نقسم الدالة التي اضفنا لها واحد على الدالة الاصلية.

- ❖ يرمز له بالرمز p

_ إذا كانت p أقل من واحد تكون متقاربة.

_ إذا كانت p أكبر من واحد او مالانهاية تكون متباعدة.

_ اذا كانت قيمة p تساوي واحد يفشل الاختبار.

- ❖ كل $n!$عند اضافة واحد لها تكتب كما يلي $(n+1)!$ وكل $(n+1)!$ تكتب كما يلي $(n+1)n!$ كما في المثال التالي:-

Find $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$?

قبل الحل، السؤال يحتوي على $n!$ إذاً يُحل بطريقة اختبار النسبة، نتبع الملاحظات اعلاه للحل.

خطوات الحل $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

(١) نأخذ الدالة الأصلية $U_n = \frac{1}{n!}$ ونضيف لها واحد لكل n

$$U_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!}$$

(٢) نضع في البال كل $(n+1)!$ تساوي $(n+1)n!$

(٣) ننزل القانون

$$P = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{(n+1)n!} \div \frac{1}{n!}$$

$$P = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{(n+1)n!} \times n!$$

$$P = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = \frac{1}{\infty} = 0 < 1 \qquad converge$$

الغاية من القسمة هي التخلص من $n!$

- اختبار الشرط النسبي Comparison Ratio في هذا الاختبار يجب أن يكون كل حدود المتسلسلة بعد فتحها موجبة خالية من السوالب.
- يستخدم أكثر شيء مع الدوال الكثيرة الحدود في البسط والمقام وذلك بقطع أكبر أس بالنسبة إلى n في البسط والمقام مثال ذلك $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2n+1}{n^3+3n-1}$ بعدما نقطع اكبر جزء $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3}$
- بعدما نقطع الجزء الأكبر نفتح المتسلسلة وإذا كانت متقاربة بالاعتماد على الاختبارات السابقة تكون الدالة بالشكل التالي $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_n}{C_n}$

أي أن C_n هي دالة التقارب التي اثبتتها متقاربة بالاختبارات السابقة، نقسم الدالة الأصلية على الدالة المتقاربة.

- ❖ بعد القطع للجزء الأكبر وفتح المتسلسلة وبالاختبارات السابقة اثبتت أنها متباعدة تكون بالشكل الاتي $\lim_{n\to\infty} \frac{U_n}{C_n}$

حيث d_n دالة التباعد.

- ❖ اذا كان الناتج عدد ثابت تكون متقاربة (أقل من صفر)
- ❖ اذا كان الناتج أكبر من صفر او ∞ تكون div.

Find $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n+1}{3^n}$?

(١) نقطع الجزء الأكبر $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{3^n}$

(٢) نفتح المتسلسلة لنعرف ماذا نستخدم C_n إذا كانت متقاربة أو إذا كانت متباعدة بالاعتماد على الاختبارات السابقة.

$$r = u_2 \div u_1 = u_3 \div u_2$$

$$r = \frac{5}{3} > 1 \quad is\ diverg$$

بالاعتماد على اختبار المتسلسلة الهندسية اثبتت أنها متباعدة.

(٣) ننزل قانون التباعد

$$lim_{n\to\infty} \frac{u_n}{d_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{5^n+1}{3^n} \div \frac{5^n}{3^n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{5^n+1}{3^n} \times \frac{3^n}{5^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{5^n+1}{5^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{5^n}{5^n} + \lim_{n\to\infty} \frac{1}{5^n}$$

خواص *lim* يدخل على الجمع ويتوزع.

$$= 1 + 0 = 1 > 0 \qquad \text{So, diverg}$$

❖ المتسلسلة المتناوبة عند فتح المتسلسلة يظهر حد سالب
❖ أي سؤال يحتوي على -1 يحل بهذه الطريقة
❖ هذه الطريقة تكون دائماً متقاربة.
❖ تتضمن هذه الطريقة شرطان
❖ الشرط الأول وهو أخذ القيمة المطلقة للدالة الاصلية اذا كانت متقاربة بواسطة الاختبارات السابقة نكتب متقاربة بصورة مطلقة.
❖ وإذا كانت متباعدة نذهب إلى الشرط الثاني وهو نأخذ مطلق للدالة ومن ثم نشتق الدالة إذا كانت متناقصة اذهب للجزء الأخر وهو lim الدالة يجب أن يساوي صفر.
❖ وإذا لم يتحقق أي من الشرطان تحل بالطرق السابقة وإذا كانت متقاربة نكتب متقاربة بصورة مشروطة.

Find $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)\frac{1}{n!}$?

نأخذ مطلق الدالة

$$|u_n| = \left|(-1)\frac{1}{n!}\right| = \frac{1}{n!}$$

يحل بالطرق السابقة

Find $\sum_{n\to 1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^n}$?

$$|u_n| = \left|\frac{(-1)^n}{2^n}\right| = \frac{1}{2^n}$$

ننظر للسؤال يحتوي 2^n في المقام نستخدم الجذر النوني

$$\sqrt[n]{u_n} = \sqrt[n]{\frac{1}{2^n}} = \frac{1}{(2^n)^{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} < 1 \quad conv.$$

نقول الدالة متقاربة بصورة مطلقة.

Find $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$?

$$|u_n| = \left|\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right| = \frac{1}{n} \quad \textit{by Hormmomc diverge}$$

بما أنها diverg نذهب للشرط الثاني

نشتق الدالة يجب أن تكون متناقصة $u_n = \frac{1}{n}$

$$u_n = \frac{n(0)-(1)(1)}{n^2} = -\frac{1}{n^2} \quad \textit{decreasing}\ \forall(n)$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n} = \frac{1}{\infty} = 0$$

نشغل lim يجب أن تساوي صفر.

الدالة متقاربة بصورة مشروطة.

- ❖ اختبار الجذر النوني Rat test يمكن حل هذا النوع من الاختبارات أو التعرف عليه كما يأتي، يكون السؤال في الشكل التالي $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \ or \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$
- ❖ بشرط أن يكون المقام يحتوي على n فقط وأن يكون البسط يحتوي على n أو يحتوي على العدد واحد لأن العدد واحد يأتي من n^0 وشرط ان يكون n في المقام مرفوع إلى أس n في أغلب الأسئلة
- ❖ يرمز له بالرمز p

_ إذا كانت p أقل من واحد تكون متقاربة

_ إذا كانت p أكبر من واحد تكون متباعدة

_ إذا كانت ∞ متباعدة

_ إذا ساوت واحد يفشل الاختبار مثال ذلك

Find $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$?

❖ اذا كان في المقام عدد مرفوع إلى n