Find $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$?

$$|u_n| = \left|\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right| = \frac{1}{n} \quad by\ Hormmomc\ diverge$$

بما أنها diverg نذهب للشرط الثاني

نشتق الدالة يجب أن تكون متناقصة $u_n = \frac{1}{n}$

$$u_n = \frac{n(0) - (1)(1)}{n^2} = -\frac{1}{n^2} \quad decreasing\ \forall(n)$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = \frac{1}{\infty} = 0$$

نشغل lim يجب أن تساوي صفر.

الدالة متقاربة بصورة مشروطة.

- اختبار الجذر النوني Rat test يمكن حل هذا النوع من الاختبارات أو التعرف عليه كما يأتي، يكون السؤال في الشكل التالي $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ or $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
- بشرط أن يكون المقام يحتوي على n فقط وأن يكون البسط يحتوي على n أو يحتوي على العدد واحد لأن العدد واحد يأتي من n^0 وشرط ان يكون n في المقام مرفوع إلى أس n في أغلب الأسئلة
- يرمز له بالرمز p

_ إذا كانت p أقل من واحد تكون متقاربة

_ إذا كانت p أكبر من واحد تكون متباعدة

_ إذا كانت ∞ متباعدة

_ إذا ساوت واحد يفشل الاختبار مثال ذلك

Find $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$?

- اذا كان في المقام عدد مرفوع إلى n

خطوات الحل:-

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$$

(١)ننظر إلى السؤال يحتوي على n^n

$$\sqrt[n]{u_n} = \sqrt[n]{\frac{1}{n^n}}$$

(٢) نأخذ جذر للدالة الأصلية

$$P = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n^n}}$$

جذر واحد هو ١

$$P = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{(n^n)^{\frac{1}{n}}}$$

وجذر (n^n) هو $(n^n)^{\frac{1}{n}}$

من خواص الجذور عند الرفع تظرب الأسس

$$(n^n)^{\frac{1}{n}} = (n)^{\frac{n}{n}} = n$$

نعوض في السؤال بدل كل $(n^n)^{\frac{1}{n}}$ بما يساويها وهو n

$$P = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = \frac{1}{\infty} = 0 < 1 \quad converge$$

❖ متسلسلة القوى (power series) يمكن معرفتها بالنظر الى السؤال إذا كان يحتوي السؤال على المتغير x

❖ ويمكن معرفتها أيضاً بالنظر الى السؤال إذا طلب فترة.

❖ خطوات الحل كالآتي

(١) نظيف لكل n في السؤال واحد.

(٢) نقسم الدالة التي اضفنا لها واحد على الدالة الاصلية.

(٣) نضع حاصل القسمة داخل القيمة المطلقة.

(٤) يجب أن يكون القيمة المطلقة لحاصل القسمة أقل من واحد.

(٥) اثناء الحل كل حد لا يحتوي على n يخرج خارج lim على شكل قيمة مطلقة.

❖ إذا كانت النواتج خالية من x أي تساوي صفر تكون متقاربة.

Find $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x+2)^n}{n2^n}$?

خطوات الحل:-

(١) نضيف لكل n واحد.

$$u_n = \frac{(-1)^{n+2}(x+2)^{n+1}}{(n+1)(2)^{n+1}}$$

(٢)ننزل القانون ستختفي القيم السالبة.

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| < 1 = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{(x+2)^{n+1}}{(n+1)(2)^{n+1}} \div \frac{(x+2)^n}{n2^n}\right| < 1$$

من خواص الأس يتوزع، وعند الضرب تجمع الأسس، والقسمة تقلب إلى ضرب.

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{(x+2)^n(x+2)}{(n+1)2^n2} \times \frac{n2^n}{(n+2)^n}\right| < 1$$

نستخرج $\frac{x+2}{2}$ كقيمة مطلقة خارج lim

$$\left|\frac{x+2}{2}\right| \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} < 1$$

$$\left|\frac{x+2}{2}\right| \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}} < 1$$

نفتح المطلق

$$\left|\frac{x+2}{2}\right| < 1$$

$$-1 < \frac{x+2}{2} < 1$$

نضرب في 2 لنتخلص من الكسر

$$-2 < x+2 < 2$$

بإضافة النظير الجمعي للعدد 2

$$-4 < x < 0$$

نعوض 4- ,0 بالدالة الاصلية لنجد الفترة

$$x \in (-4, 0]$$

Find $\sum_{n=0}^{\infty}(lnx)^n$?

السؤال يحتوي على x نجد u_{n+1}

$$u_{n+1} = (lnx)^{n+1}$$

ننزل القانون

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| < 1$$

$$\lim_{n\to\infty}|(lnx)^{n+1} \div lnx^n| < 1$$

نقلب القسمة إلى ضرب ونوزع الأسس

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{(lnx)^n(lnx)}{lnx^n}\right| < 1$$

$|lnx| \lim_{n\to\infty} 1 < 1$

$-1 < lnx < 1$

نأخذ e للطرفين

$e^{-1} < x < e^{1}$

نعوض e^{-1}, e^{1} في الدالة الأصلية

$\sum_{n=0}^{\infty}(lne)^n = \sum_{n=1}^{\infty} 1^n = 1 + 1 + 1 \ldots \qquad r = 1$

$\sum_{n=0}^{\infty}(lne^{-1})^n = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n = 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots \quad r = 1$ *div*

$x \in (e^{-1}, e^{1})$

Find $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n!}$?

نلاحظ السؤال يحتوي على $n!$ وعند اضافة ١ إليها تصبح $(n+1)!$ والتي تكتب $(n+1)n!$

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| < 1$$

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-3)^{n+1}}{(n+1)n!} \div \frac{(x-3)^n}{n!}\right| < 1$$

نقلب القسمة إلى ضرب ونوزع الأس

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-3)^n(x-3)}{(n+1)n!} \times \frac{n!}{(x-3)^n}\right| < 1$$

نستخدم مطلق $|x-3|$ خارج *lim*

$$|x-3| \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} < 1$$

$$|x-3| \times 0 < 1 \ = 0 < 1$$

Find The Manclaurin of $f(x) = \sin(x)$?

خطوات الحل:-

(١)نعتبر قيمة التي تمثل ء تساوي صفر.

$$f(x) = \sin(x) \rightarrow f(0) = \sin(0) = 0$$

$$f^{-}(x) = \cos(x) \rightarrow f(0) = \cos(0) = 1$$

$$f^{(2)}(x) = -\sin(x) \rightarrow f(0) = -\sin(0) = 0$$

$$f^{(3)}(x) = -\cos(x) \rightarrow f^{(3)}(0) = -\cos(0) = 1$$

$$f^{(4)}(x) = +\sin(x) \rightarrow f^{(4)}(0) = \sin(0) = 0$$

نكتب قانون ماكلوريان

$$f(x) = f(0) + f^{-}(x)x + f^{(2)}\frac{x^2}{2!} + \cdots + f^{(n)}(x)\frac{x^n}{n!}$$

نعوض قيم المشتقات بالدالة أو القانون

$$f(x) = 0 + x + \frac{0}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$$

$$f(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$$

بما أن الحدود مرة موجب ومرة سالب سيكون $(-1)^n$ ضمن المجموع

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

حفظ مجوع ساين

نلاحظ الدالة الكسرية في البسط كله x مرفوعة لقوى معينة ولذلك سيكون في المجموع x في البسط مع توفير القيم ونلاحظ في المقام $n!$ لذلك سيكون في المقام $n!$مع توفير المقام.

Show that $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \cos(x)$?

الحل:- إذا كنت تعرف قانون المجموعة لـ cos(x) يحل مباشرتاً وإذا لم تكن تعرف القانون يجب إيجاده على طريقة ماكلوريان

ساستخرج قانون cos(x) حسب ماكلوريان

$$f(x) = \cos(x) \rightarrow f(0) = \cos(0) = 1$$

$$f^{-}(x) = -\sin(x) \rightarrow f^{-}(0) = -\sin(0) = 0$$

$$f^{(2)}(x) = -\cos(x) \rightarrow f^{(2)}(0) = -\cos(0) = 1$$

$$f^{(3)}(x) = \sin(x) \rightarrow f^{(3)}(0) = \sin(0) = 0$$

$$f^{(4)}(x) = \cos(x) \rightarrow f^{(4)}(0) = \cos(0) = 1$$

نكتب قانون ماكلوريان

$$f(x) = f(0) + f^{-}(x)x + f^{(2)}\frac{x^2}{2!} + \cdots + f^{(k)}(0)\frac{x^k}{k!}$$

$$f(x) = 1 + 0 - \frac{x^2}{2!} + 0 + \frac{x^4}{4!}$$

$$f(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

حفظ

بعد استخراج cos(x)

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

سنشتق بالنسبة لـ x فقط

$$f^{-}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)x^{2n+1-1}}{(2n+1)!}$$

$$f^{-}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)x^{2n}}{(2n+1)2n!}$$

$$f^{-}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n!} = \cos(x)$$

خطوات الاشتقاق كل حد لا يحتوي x على يبقى كما هو

نشتق $f(x) = (x)^{2n+1}$

مطروح من الاس $(x)^{2n+1-1}$ القوس * $(2n+1)$ الأس $= f^{-}(x)$

كل قوس مضروب ب ! تخرج nمع العدد المضروب بها ويصبح القوس كله فاكتوريال $(2n+1)! = (2n+1)2n!$

نعوض عنهم في السؤال وينتهي الحل.