متغير عشوائي

1

∴ chapter One ∴ Discrete r.v — Continuous

يأخذ قيم عددية منفصلة بين X_1، X_2 وليس $X_{1/2}$ و $X_{1/3}$ وهكذا — يأخذ قيم حقيقية غير قابلة للعد تكون على شكل فترات مغلقة او مفتوحة

المطلوب من الطريقة ايجاد pdf لل Y

∴ Distribution function of Random variable ∴

1 _ The Moment Generating function method.

Def:

متغير عشوائي — دالة الكثافة الاحتمالية — دالة المولدة للعزوم

let X have the pdf $f(x)$ and the Mgf $M_x(t)$

Then $Y = g(x)$ has density fun. Given as:-

$$M_Y(t) = E(e^{Yt})$$

Ex) let $X_i \overset{\text{توزيع}}{\sim} \chi^2(1)$, $i = 1, 2, 3$. are independent r.v's

let $Y = X_1 + X_2 + X_3$, Find dist of Y by Mgf method.

sol) $Y = X_1 + X_2 + X_3$, $X_i \sim \chi^2(1)$ ← من جدول التوزيعات الخاص بـ chi-square

$$M_x(t) = (1-2t)^{-\frac{r}{2}}$$

$$\because r = 1 \Rightarrow M_X(t) = (1-2t)^{-\frac{1}{2}}$$

القانون → $M_Y(t) = E(e^{Yt}) = E(e^{(X_1+X_2+X_3)t})$

$$= E(e^{X_1 t + X_2 t + X_3 t})$$

$$= E(e^{X_1 t}) \cdot E(e^{X_2 t}) \cdot E(e^{X_3 t})$$

$$= (1-2t)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1-2t)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1-2t)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= (1-2t)^{-\frac{3}{2} \leftarrow \frac{r}{2}}$$

$$\therefore Y \sim \chi^2(\overset{r}{3})$$

x2) let $X_i \sim Ber(\theta)$, $i=1,2,3,4$. are independent r.v.s, let $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$

Find dist of Y by using Mgf method.

sol)

$M_Y(t) = E(e^{Yt}) = E(e^{(X_1+X_2+X_3+X_4)t})$

$= E(e^{X_1 t + X_2 t + X_3 t + X_4 t})$

$= E(e^{X_1 t}) \cdot E(e^{X_2 t}) \cdot E(e^{X_3 t}) \cdot E(e^{X_4 t})$

$= M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t) \cdot M_{X_3}(t) \cdot M_{X_4}(t)$

$\because X_i \sim Ber(\theta)$

$M_X(t) = ((1-\theta) + \theta e^t)$

$\therefore M_Y(t) = ((1-\theta) + \theta e^t)^4$

$\therefore Y \sim Bin(4, \theta)$

$X \sim Bin(n, \theta) \rightarrow M_X(t) = ((1-\theta) + \theta e^t)^n$

??

3

?

Ex3) let $X \sim b(n,P)$ is independent r.v and let $Y = n - X$. Find dist of Y by using Mgf method.

sol) $\because X \sim b(n,P)$ ← binomail

From Table

$X \sim Bin(n,\theta) \rightarrow M_x(t) = ((1-\theta)+\theta e^{t})^{n}$

$\Rightarrow X \sim b(n,P) \rightarrow M_x(t) = ((1-p)+Pe^{t})^{n}$

تطبيق → $M_y(t) = E(e^{Yt}) = E(e^{(n-X)t}) = E(e^{nt - Xt})$

$= e^{nt} \cdot E(e^{-Xt})$

constant ←

$= e^{nt} \cdot M_x(-t)$

$= e^{nt} \cdot ((1-p)+Pe^{-t})^{n}$

اضرب اطراح واحد

$= (e^{t} \cdot ((1-p)+Pe^{-t}))^{n}$

$(1-1+p+(1-p)e^{t})^{n}$

$(1-p)+(1-p)e^{t})$

$= ((1-P)e^{t}+P)^{n}$

$(1-q)+qe^{t})^{n}$. $M_y(t) = (P+(1-P)e^{t})^{n}$

$\therefore Y \sim b(n, 1-P)$

1- Let $X \sim beta(2,3)$, if $Y = Ln(X)$, Find $M_y(t)$

2- let $X_i \sim Pos(\lambda_i)$, $i=1,2$. are independent r.v.s Find the dist. of y if $y = X_1 - X_2$ and $Z = X_1 + X_2$