

Transformation

Transformation for discrete case

D.P

let X have the p.d.f. $P(x)$, Then $y=h(x)$ has density fun - Given as:

$$g(y) = P(Y=y) = P(h(x)=y) = P(x=w(y))$$

اولياً يجب التأكد من ان حالة y هي (1-1)

عذالك عن طريق تحويل y الى x فمثلي بيان ان يكون التحويل

هذا هو توزيع Poisson عند الالة x
 مثال $x=1$
 $x=2$
 $x=3$
 $x=4$
 $x=5$
 $x=6$
 $x=7$
 $x=8$
 $x=9$
 $x=10$
 $x=11$
 $x=12$
 $x=13$
 $x=14$
 $x=15$
 $x=16$
 $x=17$
 $x=18$
 $x=19$
 $x=20$
 $x=21$
 $x=22$
 $x=23$
 $x=24$
 $x=25$
 $x=26$
 $x=27$
 $x=28$
 $x=29$
 $x=30$
 $x=31$
 $x=32$
 $x=33$
 $x=34$
 $x=35$
 $x=36$
 $x=37$
 $x=38$
 $x=39$
 $x=40$
 $x=41$
 $x=42$
 $x=43$
 $x=44$
 $x=45$
 $x=46$
 $x=47$
 $x=48$
 $x=49$
 $x=50$
 $x=51$
 $x=52$
 $x=53$
 $x=54$
 $x=55$
 $x=56$
 $x=57$
 $x=58$
 $x=59$
 $x=60$
 $x=61$
 $x=62$
 $x=63$
 $x=64$
 $x=65$
 $x=66$
 $x=67$
 $x=68$
 $x=69$
 $x=70$
 $x=71$
 $x=72$
 $x=73$
 $x=74$
 $x=75$
 $x=76$
 $x=77$
 $x=78$
 $x=79$
 $x=80$
 $x=81$
 $x=82$
 $x=83$
 $x=84$
 $x=85$
 $x=86$
 $x=87$
 $x=88$
 $x=89$
 $x=90$
 $x=91$
 $x=92$
 $x=93$
 $x=94$
 $x=95$
 $x=96$
 $x=97$
 $x=98$
 $x=99$
 $x=100$

let X be a r.v having with

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, & x=0,1,2,\dots \\ 0, & o.w \end{cases}$$

$$y(x_1) = 4x_1 = 4(1) = 4$$

$$y(x_2) = 4x_2 = 4(2) = 8$$

$$y(x_1) \neq y(x_2)$$

one to one

Determine the P.d.f of $y=4x$

sol)

$$y=4x$$

$$\rightarrow g(y) = P(Y=y) = P(4x=y) = P(x=\frac{1}{4}y)$$

$$g(y) = P(x=\frac{1}{4}y) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{\frac{1}{4}y}}{(\frac{1}{4}y)!}, & y=0,4,8,\dots \\ 0, & o.w \end{cases}$$

$$A = \{0,1,2,\dots\}$$

$$y=4x \rightarrow \begin{matrix} x=0 \rightarrow y=0 \\ x=1 \rightarrow y=4 \end{matrix}$$

$$B = \{0,4,8,\dots\}$$

Ex2) let X have a Binomial dist. with $n=6$, $P=\frac{1}{3}$
 Determine the P.d.f of $y=x^2$ by Transformation method.

Sol) $\therefore X \sim \text{Bin}(n, \theta)$, $\theta = P$

$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} \theta^x (1-\theta)^{n-x}, & x=0,1,\dots,n \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

$$P(Y=y) = P(X^2=y)$$

$$y = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{y}$$

بمعنى الآخر $x = \pm\sqrt{y}$ حيث ان x له قيمتين \pm لنفس y

$$g(y) = P(Y=y) = P(X = \pm\sqrt{y})$$

وهذا هو المطلوب في النهاية

$$\therefore n=0,1,\dots,6 \quad P=\frac{1}{3}$$

$$f(x) = \begin{cases} \binom{6}{x} P^x (1-P)^{6-x}, & x=0,1,\dots,6 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

$$\therefore g(y) = P(X = \sqrt{y}) = \begin{cases} \binom{6}{\sqrt{y}} \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{y}} \left(1-\frac{1}{3}\right)^{6-\sqrt{y}}, & y=0,1,3,6 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

H.w

1- if $X \sim P(\theta^2)$ Find $g(y)$, if $y = (e^x - 4)$ by Transformation method.

2- let X have a binomial dist. with $n=6$, $P=\frac{1}{3}$
 Find P.d.f of Y by Using Transformation
 if $Y = X+1$.